

บทที่ 6
หม้อแปลงไฟฟ้า
(Transformer)

จุดประสงค์

ในบทนี้เราจะทำการศึกษาในหัวข้อต่างๆดังนี้ Self & Mutual inductance , Linear Transformer , Energy- Stored , Impedance Properties , Ideal Transformer , Equivalent Circuit of Linear Transformer

ทฤษฎีเบื้องต้น

จากบทที่ 7 [Electric Circuit Analysis , David E.Johnson,Johnny R.Johnson,John L.Hilburn ,Peter D.Scott] ,Third Edition เราได้ศึกษาการทำงานของตัวเหนี่ยวนำ ซึ่งพบว่า การเปลี่ยนแปลงของกระแสในตัวเหนี่ยวนำ จะทำให้เกิด การเปลี่ยนแปลงของ magnetic flux โดยจะเหนี่ยวนำทำให้เกิดแรงดัน (Voltage) ขึ้นในตัวเหนี่ยวนำ ดังสมการ $v = \frac{di}{dt}$

ในบทนี้เราจะทำการศึกษา การทำงานของตัวเหนี่ยวนำที่อยู่ใกล้กัน ทำให้ magnetic flux ของแต่ละตัวที่เกิดขึ้น มีผลต่อแรงดันที่เกิดขึ้นในตัวเหนี่ยวนำอีกตัว เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า mutual coupled

mutual coupled ที่เกิดขึ้นนั้นอาจจะมีกระแสเหนี่ยวนำซึ่งกันและกันผ่าน อากาศ หรือ แกนวัสดุอื่นๆที่เป็นตัวนำของ magnetic flux ก็ได้ ซึ่งเราเรียกขลวดเหนี่ยวนำที่มี mutual coupled ผ่านแกนในลักษณะนี้ว่า หม้อแปลง (Transformer)

ซึ่งในการวิเคราะห์ (analysis) ในบทนี้จะทำการวิเคราะห์ทั้งใน โดเมนเวลา (Time Domain) และใน โดเมนความถี่ (Frequency Domain) ซึ่งการวิเคราะห์ใน โดเมนความถี่ จะมีความสำคัญอย่างมากเมื่อวิเคราะห์การใช้การหม้อแปลงใน AC STEADY STATE

6.1 Self Inductance , Mutual Inductance and Linear Transformer

จากสมการ 15.18 [Electric Circuit Analysis , David E.Johnson,Johnny R.Johnson,John L.Hilburn,Peter D.Scott] ,Third Edition

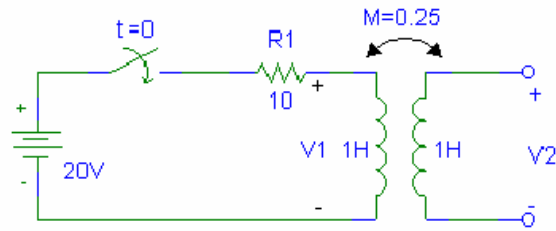
$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$
$$v_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$
$$M = M_{12} = M_{21}$$

ซึ่ง L_1, L_2 เรารู้จักในนามของค่าความเหนี่ยวนำของขลวด (Self Inductance) นั้นเอง ส่วน $M = M_{12} = M_{21}$ เรานิยามว่าเป็นค่า Mutual Inductance โดย

M_{12} : ค่าความเหนี่ยวนำสมมูลที่เกิดขึ้นในขลวดเหนี่ยวนำที่ 1 จากการเปลี่ยนของ Magnetic flux คล้องผ่านเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงกระแสในขลวดที่ 2

M_{21} : ค่าความเหนี่ยวนำสมมูลที่เกิดขึ้นในขลวดเหนี่ยวนำที่ 2 จากการเปลี่ยนของ Magnetic flux คล้องผ่านเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงกระแสในขลวดที่ 1

ตัวอย่างที่ 6.1 จงวิเคราะห์ห้วงจรในรูปที่

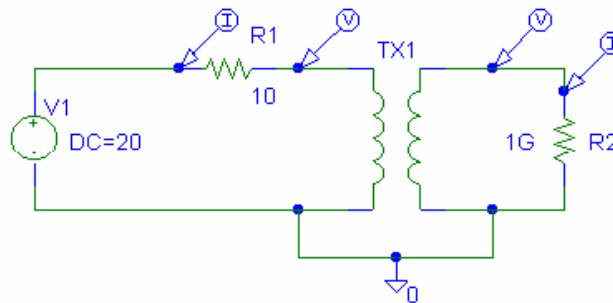


รูปที่ 6.1

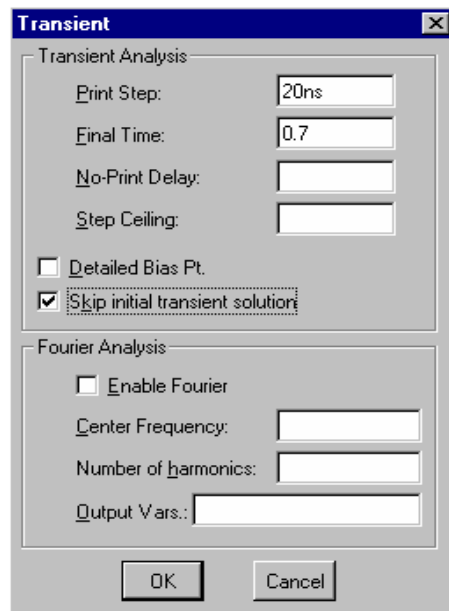
จากรูปวงจรที่ 6.1 $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$, $i_2 = 0$, $\frac{di_2}{dt} = 0$ แทนค่า ได้ค่า $K = 0.25$ และ $v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$,

$$v_2 = M \frac{di_1}{dt}$$

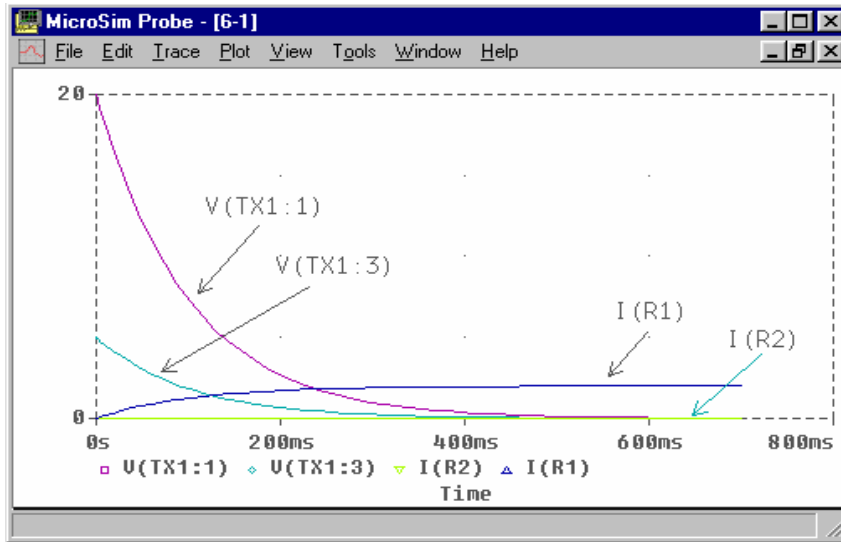
จากรูปเมื่อทำการ Simulate ด้วยโปรแกรม MSIM 8.0 Evaluation โดยป้อนวงจร และค่าพารามิเตอร์ต่างๆดังรูปที่ 6.2 จะได้ผลของแรงดัน v_2 , v_1 และกระแส i_1 ดังรูปที่ 6.3 โดยหม้อแปลงเราใช้อุปกรณ์ที่ชื่อว่า XFRM_LINEAR



รูปที่ 6.2 ก) แสดงวงจรที่ใช้วิเคราะห์ใน SPICE



รูปที่ 6.2 ข) แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ห้วงจรในตัวอย่างที่ 6.1



รูปที่ 6.3 แสดงแรงดัน และกระแสที่ขดปฐมภูมิ และขดทุติยภูมิ ของ Linear Transformer ในตัวอย่างที่ 6.1 ข้อสังเกต จะเห็นว่าค่าต่างๆที่เวลา t ใดๆของกราฟ v_1 จะมีค่าเท่ากับ ผลคูณของค่า Self Inductance (L_1) กับ ค่าความชันของกราฟกระแส i_1 ที่เวลานั้นๆดังตัวอย่างในตาราง

$$L_1 = 1H, i_2 = 0, \frac{di_2}{dt} = 0$$

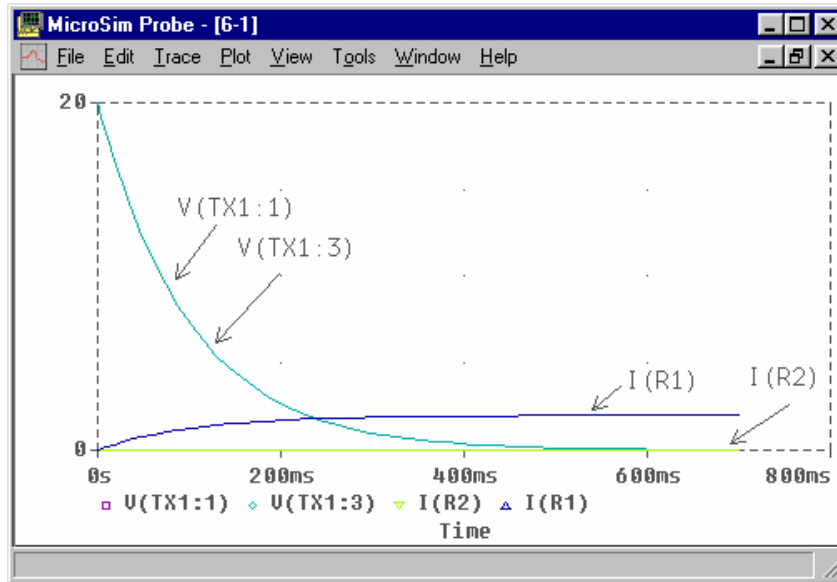
เวลา	Slope($\frac{di_1}{dt}$)	v_1 (จากการ Simulate)	$v_1 = L_1(\frac{di_1}{dt})$ (คำนวณ)
100ms	7.4	7.36	7.7
200ms	2.7	2.7	2.7
300ms	0.95	0.99	0.95
400ms	0.37m	0.36m	0.37m

จะเห็นได้ว่าค่าต่างๆที่เวลา t ใดๆของกราฟ v_2 จะมีค่าเท่ากับ ผลคูณของค่า Mutual Inductance(M) กับ ค่าความชันของกราฟกระแส i_1 ที่เวลานั้นๆดังตัวอย่างในตาราง

$$M = 0.25H, i_2 = 0, \frac{di_2}{dt} = 0$$

เวลา	Slope($\frac{di_1}{dt}$)	v_2 (จากการ Simulate)	$v_2 = M(\frac{di_1}{dt})$ (คำนวณ)
100ms	7.4	1.84	1.85
200ms	2.7	0.67	0.68
300ms	0.95	0.25	0.24
400ms	0.37m	91e-6	93e-6

กล่าวได้ว่า แรงดันที่ขดลวดที่ 1 เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของ Magnetic Flux ทั้งหมดของขดลวดที่ 1 ส่วนแรงดันที่ขดลวดที่ 2 เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของ Magnetic Flux บางส่วนของขดลวดที่ 1 คล้องผ่าน ตัวอย่าง 6.2 จากรูปวงจรในตัวอย่างที่ 6.1 ให้ $M = \sqrt{L_1 L_2}$; $K=1$ simulate ได้ผลของ v_2, v_1 ดังรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 แสดงแรงดัน และกระแสที่ขดปฐมภูมิ และขดทุติยภูมิของ Linear Transformer ในตัวอย่างที่ 6.2

จะเห็นว่าที่ $L_1 = L_2 = M$ กราฟของ v_1 และ v_2 เหมือนกันทุกประการนั่นคือ Magnetic flux ของขดลวดที่ 1 ทั้งหมดคล้องผ่านขดลวดที่ 2 (Ideal Transformer)

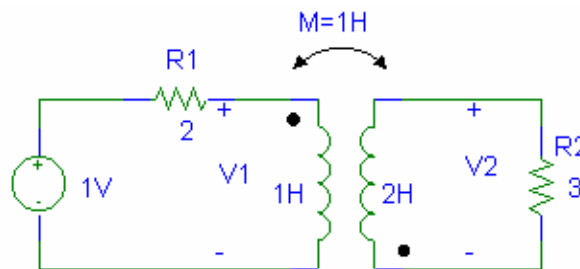
ในกรณีทีวิเคราะห์ในโดเมนความถี่

เมื่อเราทำการวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ สมการที่ 15.18 เขียนใหม่ได้เป็น

$$V_1(s) = sL_1 I_1(s) \pm sMI_2(s)$$

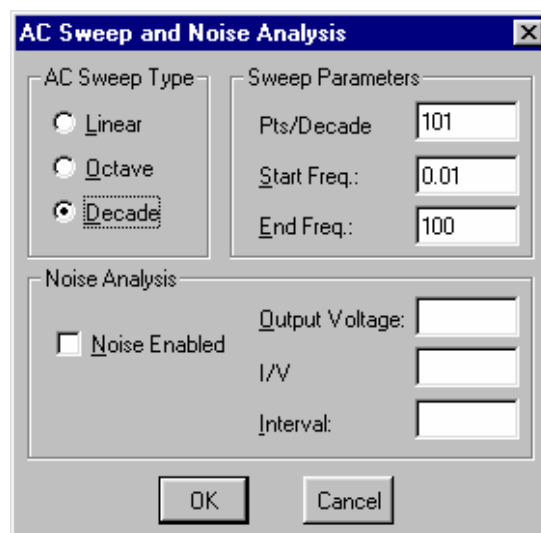
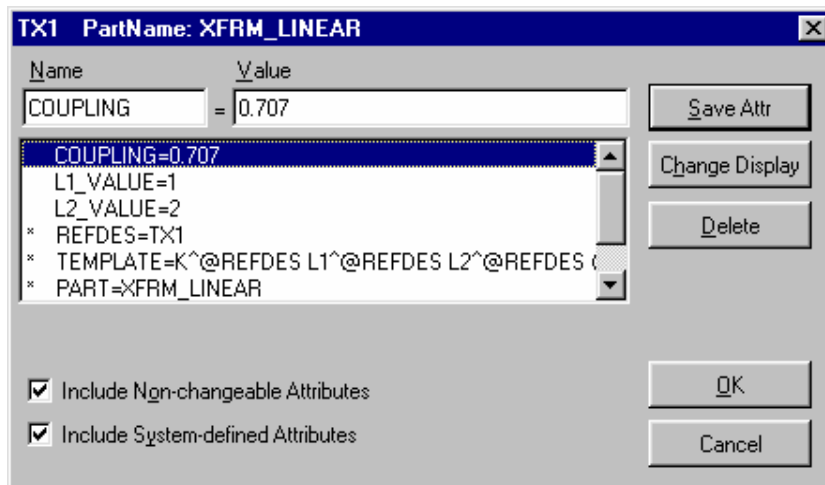
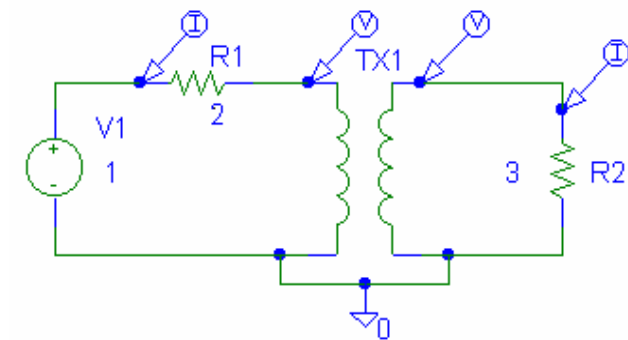
$$V_2(s) = \pm sMI_1(s) + sL_2 I_2(s)$$

ตัวอย่าง 6.3 จงวิเคราะห์ห้วงจร ในรูปที่ 6.5 ในโดเมนความถี่ โดยแหล่งจ่ายเป็น AC = 1V

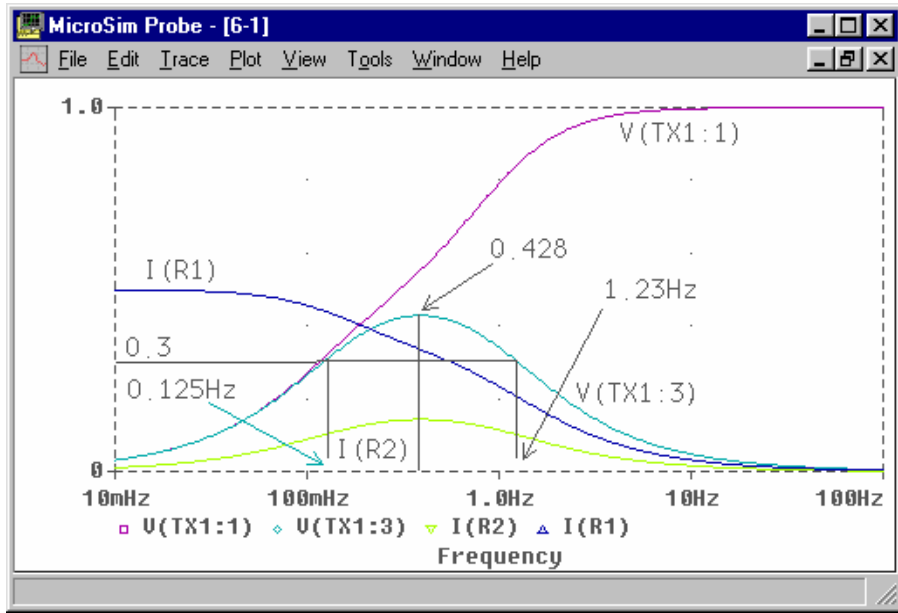


รูปที่ 6.5

เมื่อทำการ Simulate โดยตั้งค่าต่างๆดังรูปที่ 6.6 ในโดเมนความถี่หาผลตอบสนองของ v_2 ต่อ v_1 เปรียบเทียบกับแกนความถี่ได้ดังรูปที่ 6.7



รูปที่ 6.6 แสดงวงจร และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการ Simulate วงจรในตัวอย่าง 6.3



รูปที่ 6.7 แสดงผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรในตัวอย่าง 6.3

ถือว่ากราฟของ V_2 เป็นผลตอบสนองของ Transfer Function $\frac{V_2}{V_1}(s)$ ด้วยเนื่องจากการ Simulate

ได้กำหนดค่า V_1 เท่ากับ 1 VAC จากกราฟจะเห็นว่าค่า V_2 มีค่าสูงสุดที่ ω_0 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.43 Hz มี

Bandwidth; $B = (1.23 - 0.125) \times 2 \times \pi = 6.94 \text{ rad} / s$ และ ค่า Quality Factor ;

$$Q = \frac{(0.428 \times 2 \times \pi)}{6.94} = 0.38$$

ข้อสังเกต

จากตัวอย่าง 6.3 วงจรมี Transfer Function $\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{-3s}{s^2 + 7s + 6}$ จากการคำนวณจะได้ว่าวงจร

มี pole ที่ $-1, -6$ ดังนั้น $\omega_0 = \sqrt{p_1 p_2} = \sqrt{6} \text{ rad} / s$ มี Bandwidth $B = \frac{\omega_0}{Q} = 7 \text{ rad} / s$ ดังนั้น

$$Q = 0.35$$

6.2 Ideal Transformer

เป็นหม้อแปลงที่มีลักษณะเป็น Lossless Unity-Coupled โดยถือว่า Self Inductance ของขดลวด Primary และ Secondary มีค่าเป็นอนันต์ แต่มีค่า Ratio ของขดลวดทั้งสองเป็นค่าจำกัดค่าหนึ่ง ซึ่งนิยามได้ด้วย Turn Ratio ; $n, n = N_2/N_1$ เป็นจำนวนรอบของขดลวด Primary และ Secondary ตามลำดับ(ค่า L จะแปรตาม N^2)

จากสมการ 15.48 จะได้ว่า $\frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2} = n^2$ เมื่อ $M = \sqrt{L_1 L_2}$ หรือ $K = 1$ เราสามารถได้

สมการต่อมาคือสมการ 15.52

$$\frac{V_2}{V_1} = n$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$$

โดยที่ $n = \frac{N_2}{N_1}$

6.3 Reflect Impedance

จากสมการ 15.53 จะได้

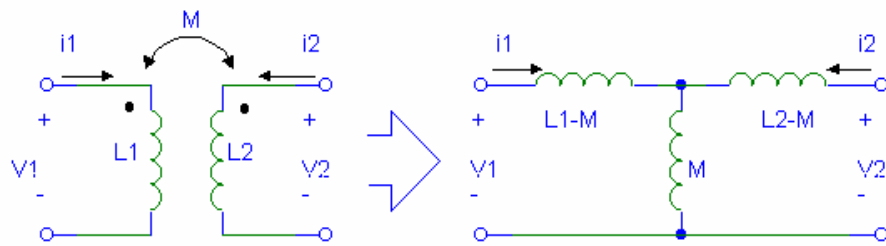
$$Z_1 = \frac{Z_2}{n^2}, Z_2 = n^2 Z_1, \frac{Z_2}{Z_1} = n^2$$

เป็นสมการแสดงค่า Reflect Impedance ที่มองจากทาง Primary และ Secondary

6.4 วงจรสมมูลของหม้อแปลง

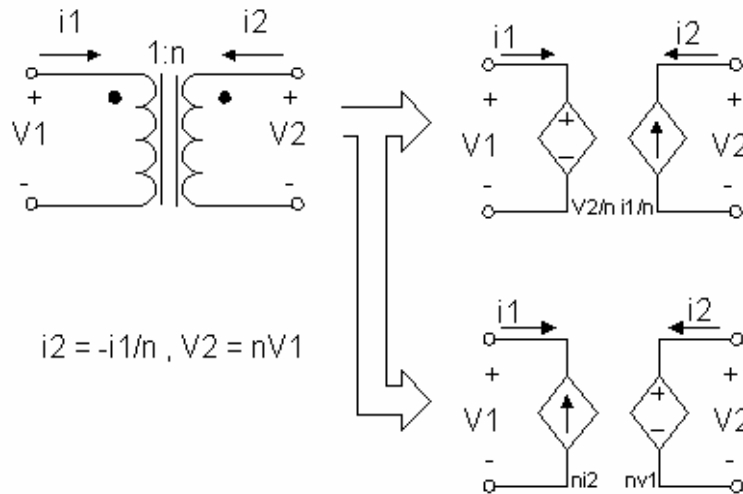
การหาวงจรสมมูลของหม้อแปลงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ช่วยทำให้การวิเคราะห์ห้วงจรที่มีหม้อแปลงทำได้สะดวกขึ้น

Linear Transformer สามารถเขียนเป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้าด้วยวงจร 2-port แบบ T Network ได้ดังรูปที่ 6.8



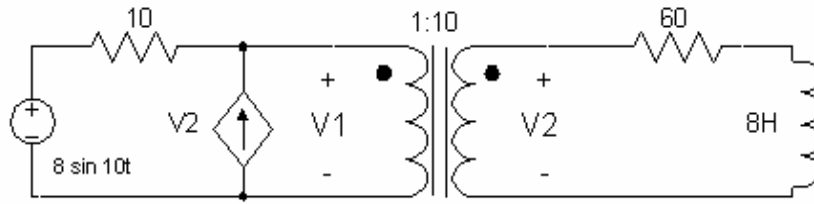
รูปที่ 6.8 แสดงวงจรสมมูลของ Linear Transformer

Ideal Transformer สามารถเขียนเป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้าได้ 2 แบบดังรูปที่ 6.9



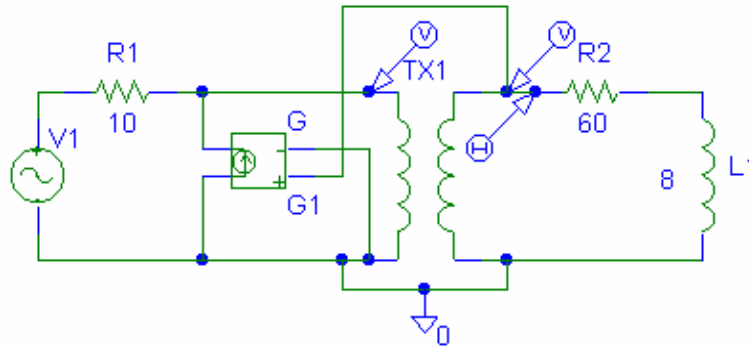
รูปที่ 6.9 แสดงวงจรสมมูลของ Ideal Transformer

ตัวอย่าง 6.5 วิเคราะห์ห้วงจรดังรูป 6.10 โดยความสัมพันธ์ $n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$



รูปที่ 6.10

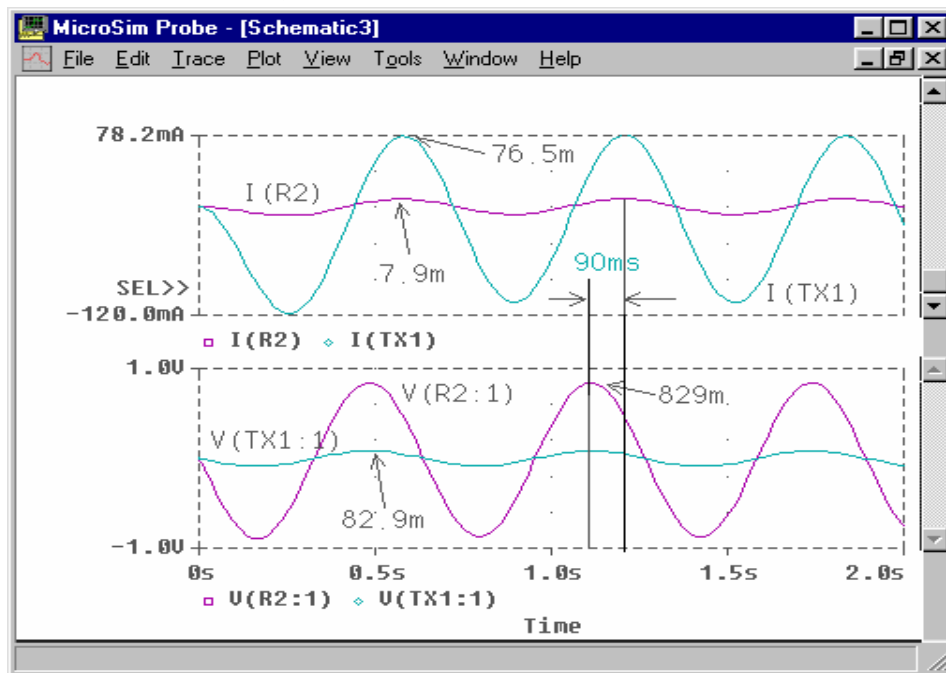
จากวงจรจะเห็นว่า $n = 10$ และวงจรเป็น Ideal Transformer ดังนั้น $K = 1$ เลือก $L_1 = 1, L_2 = 100$ แสดงวงจรที่ใช้ในการ Simulate และพารามิเตอร์ต่างๆ ได้ดังรูปที่ 6.11



ตั้งค่าพารามิเตอร์ Print Step 20 ns , Final time 2s , Step Ceiling 0.02s

รูปที่ 6.11 แสดงวงจรที่ใช้ในการ Simulate วงจรในรูปที่ 6.10

ผลที่ได้จากการ Simulate แสดงดังรูปที่ 6.12



รูปที่ 6.12 แสดงผลการ Simulate ของวงจรรูปที่ 6.11 และการอ่านค่าที่ตำแหน่งต่างๆ

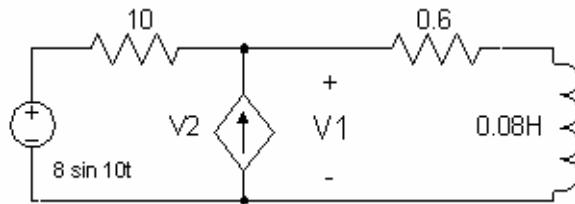
จากรูปที่ 6.12 จะเห็นได้ว่า

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{829 \times 10^{-3}}{82.9 \times 10^{-3}} = 10 = n$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{7.9 \times 10^{-3}}{76.5 \times 10^{-3}} = 0.103 \cong \frac{1}{n}$$

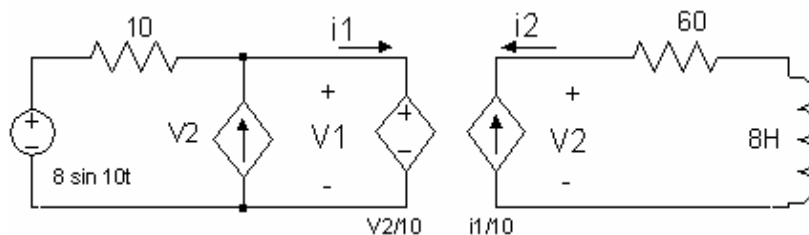
ซึ่งตรงกับความสัมพันธ์ในสมการ 15.52 นอกจากนี้จะเห็นว่าทางด้าน Primary ของหม้อแปลงมีแรงดันยอด (Peak Voltage) เท่ากับ 829 mV , มีกระแสยอด (Peak Current) เท่ากับ 7.9mA และมีเฟสตาม (I lag V) อยู่เท่ากับ $\frac{90 \times 10^{-3}}{0.63} \times 360 = 51.43^\circ$

คิดเป็น Reflect Impedance ที่ขด Primary เท่ากับ $82.9/76.5 = 1.08$ โอห์ม มุม 51.43 องศา lagging เขียนเป็น เฟสเซอร์ได้คือ $1.08 \angle 51.43^\circ$ นั่นคือขนาดของ Impedance ลดลง 10 เท่าซึ่งตรงกับความสัมพันธ์ในสมการ 15.53 ดังนั้นค่าความต้านทานที่มองจาก Primary จะมีค่าเท่ากับ 0.6 โอห์ม และค่าความเหนี่ยวนำจะมีค่าเท่ากับ 0.08 เฮนรี่ เขียนวงจรสมมูลได้ใหม่ดังรูปที่ 6.13



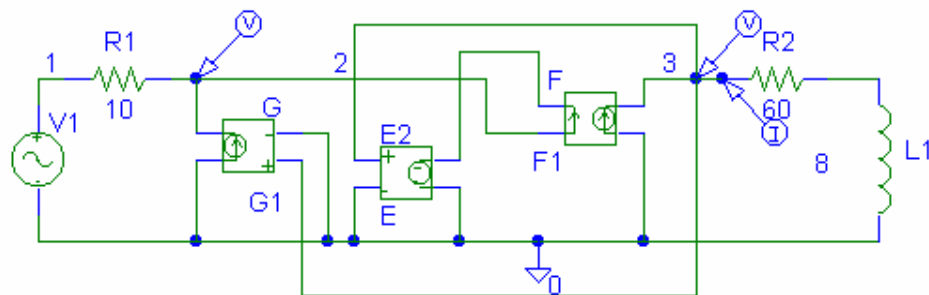
รูปที่ 6.13 แสดงวงจรสมมูลของวงจรในรูปที่ 6.10

ตัวอย่าง 6.6 จากวงจรในตัวอย่าง 6.5 จงวิเคราะห์ห้วงจรโดยใช้วงจรสมมูลของหม้อแปลงจากรูปที่ 6.9 เลือกวงจรสมมูลของหม้อแปลงโดยเลือกแบบแรกที่อยู่ด้านบน เขียนเป็นวงจรสมมูลของรูป 6.10 ได้ใหม่ดังรูปที่ 6.14



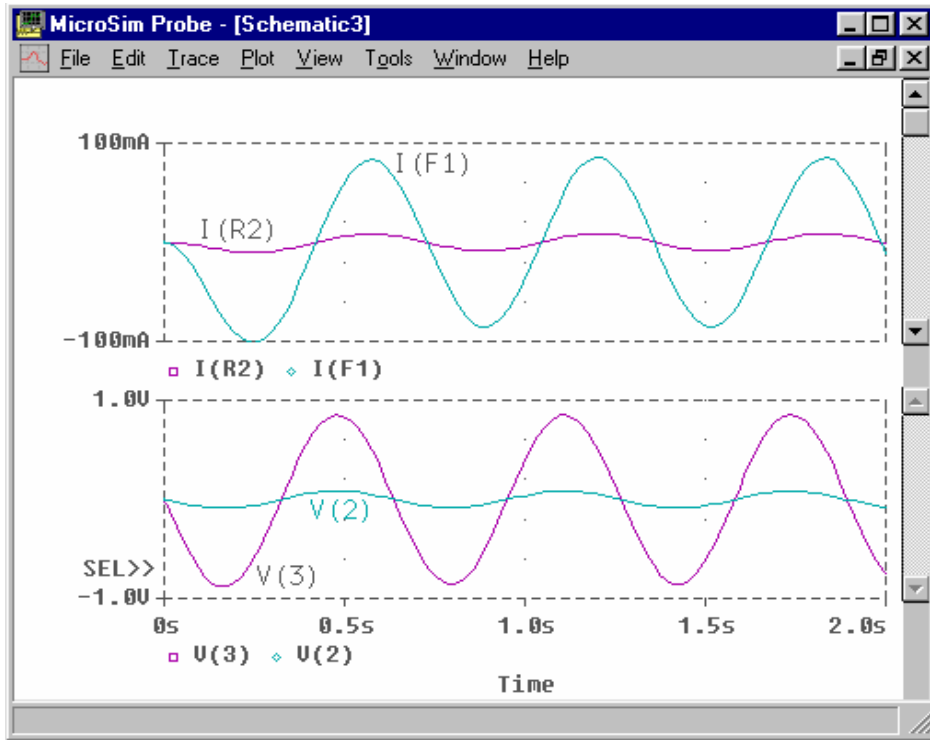
รูปที่ 6.14 แสดงวงจรสมมูลของวงจรในรูปที่ 6.10

จากวงจรในรูปที่ 6.14 เขียนเป็นวงจรที่ใช้ในการ Simulate ได้ดังรูปที่ 6.15



ตั้งค่าพารามิเตอร์ Print Step 20 ns , Final time 2s, Step Ceiling 0.02s , Gain(G)=1, Gain(E)=0.1, Gain(F)=0.1

รูปที่ 6.15 วงจรที่ใช้ในการ Simulate



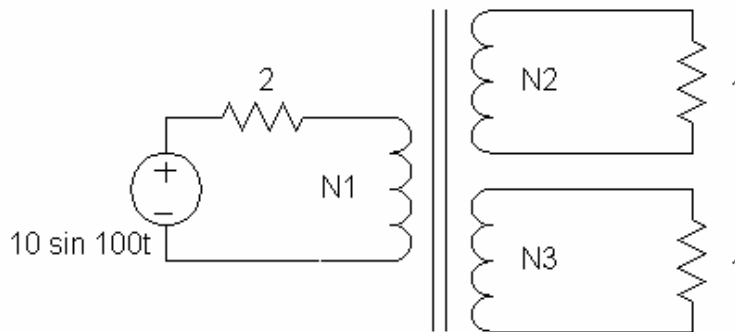
รูปที่ 6.16 ผลการ Simulate วงจรรูปที่ 6.15

ผลการ Simulate แสดงได้ดังรูปที่ 6.16 เมื่อเปรียบเทียบกับผลการ Simulate ในรูปที่ 6.12 จะเห็นว่ามีขนาด และรูปร่างของกระแสที่ Primary และ Secondary เหมือนกันทุกประการ

6.5 การวิเคราะห์วงจรหม้อแปลงที่มีขดมากกว่า 2 ขด

ในการวิเคราะห์วงจรที่มีหม้อแปลงมากกว่า 2 ขดนั้นมักจะวิเคราะห์ด้วยวงจรสมมูล โดยเสมือนว่าหม้อแปลงเป็นอุดมคติ และวงจรสมมูลของหม้อแปลงอุดมคติเขียนได้โดยไม่ยุ่งยากมากนัก

ตัวอย่าง 6.7 จงวิเคราะห์วงจรรูปที่ 6.17

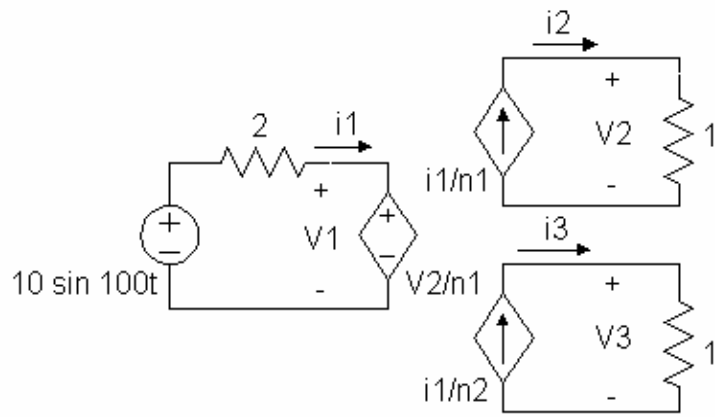


$$N_1 = 100, N_2 = 100, N_3 = 200$$

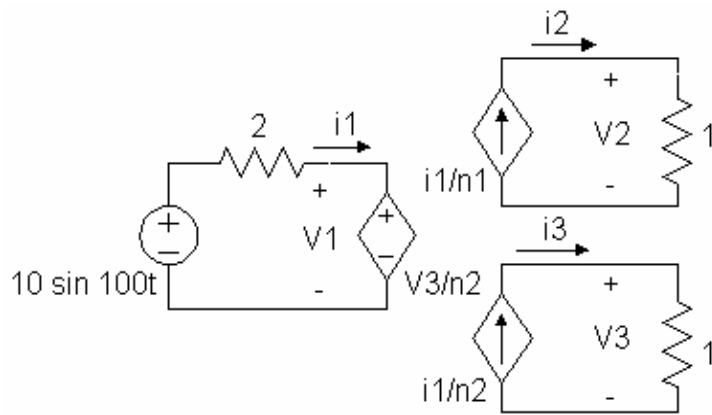
รูปที่ 6.17 แสดงหม้อแปลงแบบ 3 ขด

จากรูปที่ 6.17 จะเห็นว่า $n_1 = \frac{N_2}{N_1} = 1$, $n_2 = \frac{N_3}{N_1} = 2$ สามารถเขียนวงจรสมมูลของรูปที่ 6.17

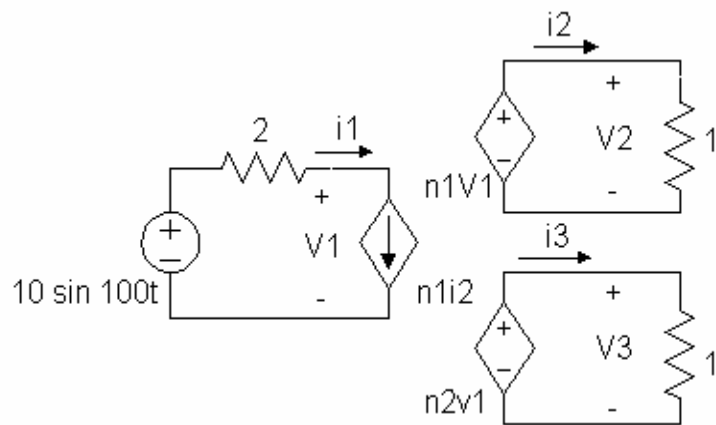
ได้ทั้งหมดหลายรูปแบบด้วยกันตัวอย่างในรูปที่ 6.18 ถึง รูปที่ 6.21



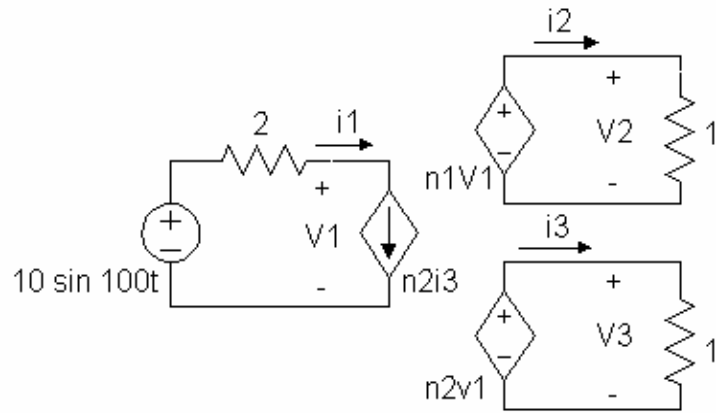
รูปที่ 6.18 แสดงวงจรสมมูลของวงจรรูปที่ 6.17



รูปที่ 6.19 แสดงวงจรสมมูลของวงจรรูปที่ 6.17

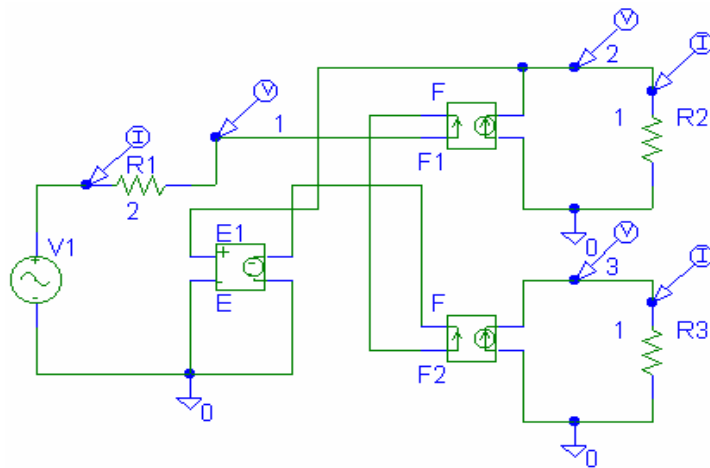


รูปที่ 6.20 แสดงวงจรสมมูลของวงจรรูปที่ 6.17

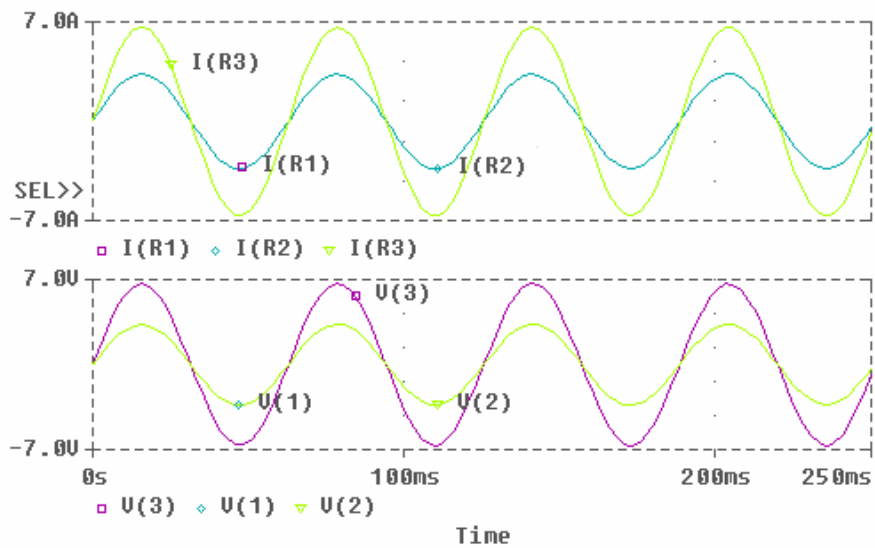


รูปที่ 6.21 แสดงวงจรสมมูลของวงจรรูปที่ 6.17

จากวงจรสมมูลในรูปที่ 6.18 เขียนรูปวงจรที่ใช้ในการ Simulate ได้ดังรูปที่ 6.22 แล้วทำการทดลอง Simulate ได้ค่าแรงดัน และกระแสดังรูปที่ 6.23



รูปที่ 6.22 วงจรที่ใช้ในการ Simulate เมื่อ Gain (E1) = 1 , Gain (F1) = 2 , Gain (F2) = 2

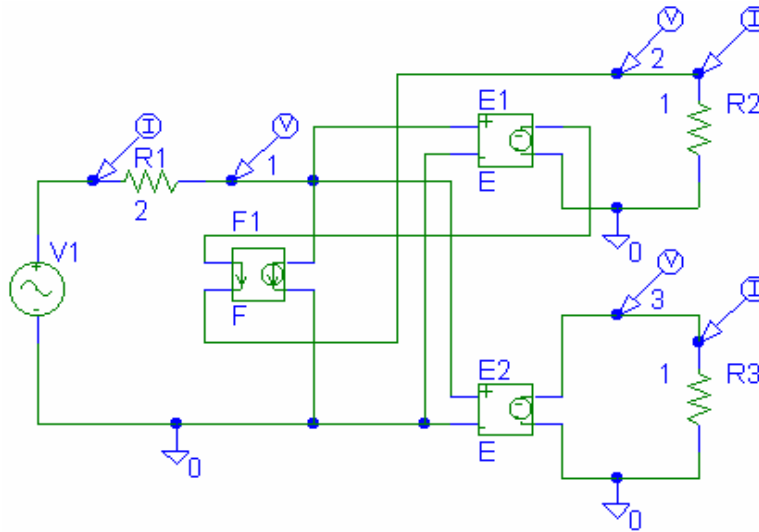


รูปที่ 6.23 ผลตอบสนองของวงจรจากการ Simulate วงจรรูปที่ 6.22

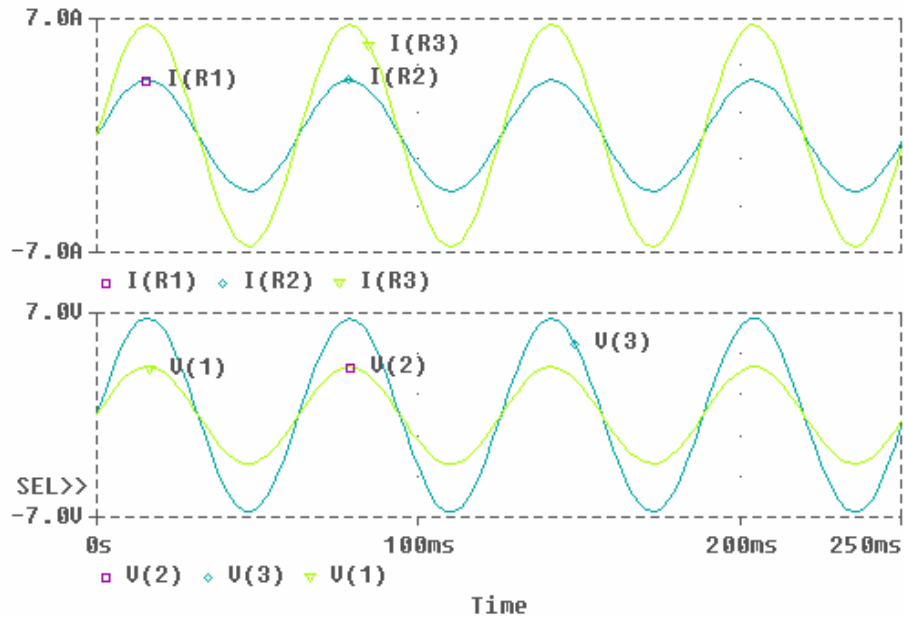
จากผลการ Simulate จะเห็นว่า $V1 = V2$, $V3 = 2V1$, $I1 = I2$, $I3 = 0.5I1$ ตามสมการ 15.52 (Ideal Transformer)

ตัวอย่าง 6.8 จงวิเคราะห์วงจรในตัวอย่าง 6.7 โดยใช้วงจรสมมูลในรูปที่ 6.20

จากวงจรสมมูลในรูปที่ 6.20 เขียนเป็นวงจรที่ใช้ในการ Simulate ได้ดังรูปที่ 6.24 และแสดงผลการ Simulate ได้ดังรูปที่ 6.25



รูปที่ 6.24 แสดงวงจรที่ใช้ในการ Simulate เมื่อ Gain(F1) = 1 , Gain(E1) = 1 , Gain(E2) = 2

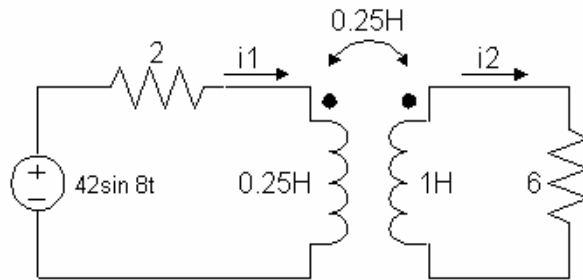


รูปที่ 6.25 แสดงผลการ Simulate ของวงจรในรูปที่ 6.24

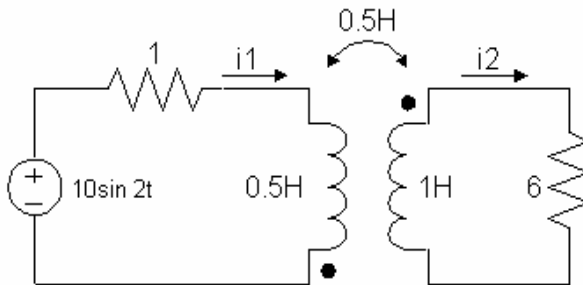
จะเห็นว่าไม่ว่าจะใช้วงจรสมมูลแบบใดก็ตามผลตอบสนองของวงจรยังคงเหมือนเดิมทุกประการ

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6

1. จงวิเคราะห์กระแส i_1 และ i_2



2. จงใช้วงจรสมมูลของ Linear Transformer ในการวิเคราะห์หา



- ก) กราฟของ PD ที่ RL
- ข) Power Factor ที่มอง โดย Source

3. จงหาความถี่ที่ทำให้เกิดกำลังสูงสุดที่ $R = 2$ โอห์ม และหาค่ากำลังสูงสุด

